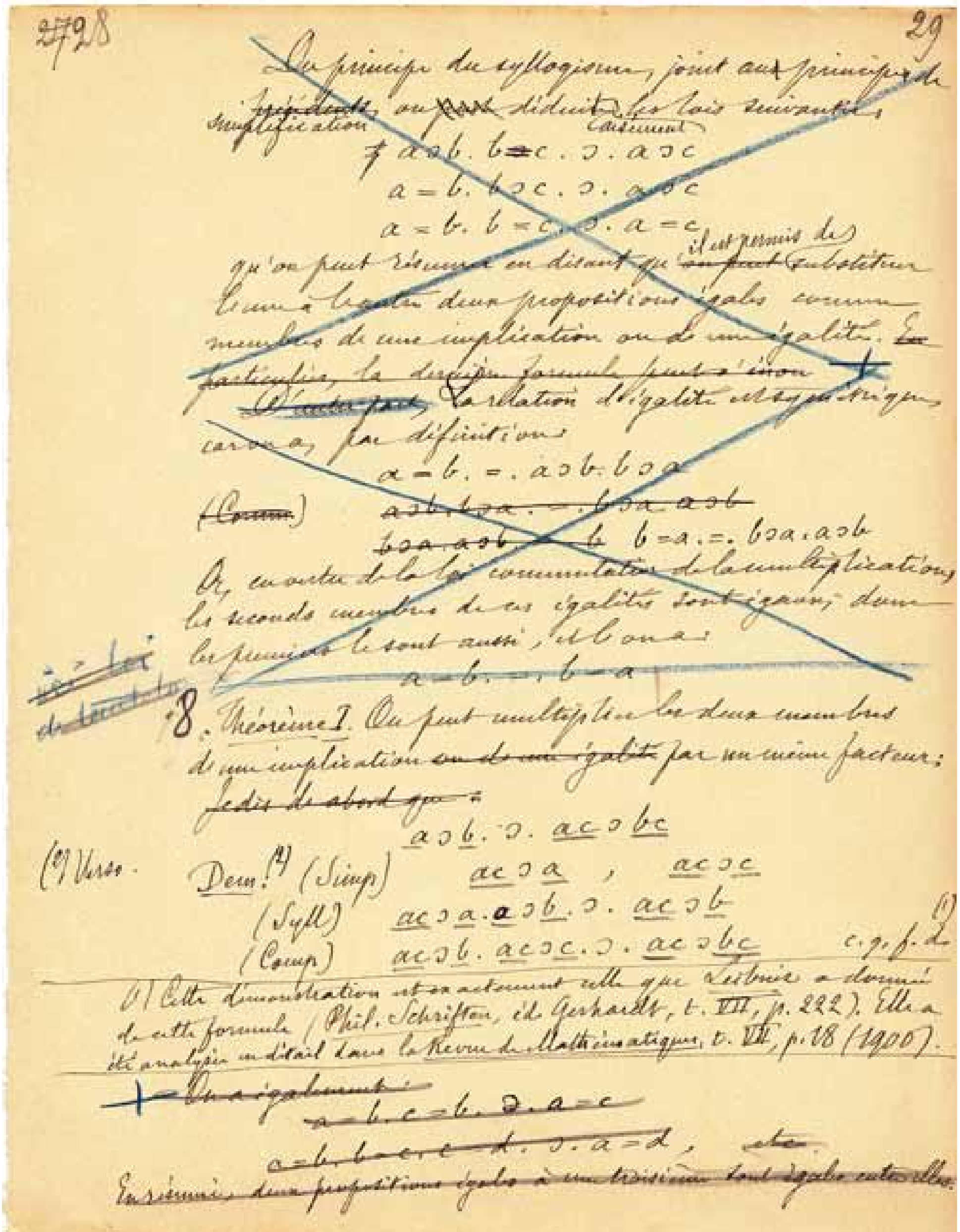

27 28 29

Du principe du syllogisme, joint aux principes de simplification, on déduit aisément les lois suivantes:

$a \supset b . b = c . \supset . a \supset c$

$a = b . b \supset c . \supset . a \supset c$

$a = b . b = c . \supset . a = c$

qu'on peut résumer en disant qu'il est permis de substituer l'une à l'autre deux propositions égales comme membres d'une implication ou d'une égalité.

La relation d'égalité est symétrique, car on a, par définition

$a = b . = . a \supset b . b \supset a$

$b = a . = . b \supset a . a \supset b$

Or, en vertu de la loi commutative de la multiplication, les seconds membres de ces égalités sont égaux; donc les premiers le sont aussi, et l'on a:

$a = b . = . b = a$

8. Théorème I. On peut multiplier les deux membres d'une implication par un même facteur:

$a \supset b . \supset . ac \supset bc$

(1) Verso.

Dem.(1) (Simp) $ac \supset a$, $ac \supset c$

(Syll) $ac \supset a . a \supset b . \supset . ac \supset b$

(Comp) $ac \supset b . ac \supset c . \supset . ac \supset bc$ c.q.f.d.

(1) Cette démonstration est exactement celle que Leibniz a donnée de cette formule (Phil. Schriften, éd. Gerhardt, t. VII, p. 222). Elle a été analysée en détail dans la Revue de Mathématiques, t. VII, p. 18 (1900).

Abb. 38: Logik-Manuskript des französischen Philosophen Louis Couturat, Einzelblatt (ca. A5). Couturat verfolgte die Entstehung der modernen, symbolischen Logik, welche Schlüsse auf einfache Rechnungen mit Papier und Bleistift reduziert. Er unterrichtete sie als einer der ersten an der Universität, während etwa sein Zeitgenosse Wilhelm Windelband den Logikkalkül noch als einen »Tummelplatz für den gymnastischen Sport unfruchtbaren Scharfsinns« abtat. Couturats Manuskript war fast einhundert Jahre verschollen, bis es vor kurzem von Anne-Françoise Schmid und Oliver Schlaudt im Archiv des Dokumentationszentrums für internationale Hilfssprachen (CDELI) in La Chaux-de-Fonds (Schweiz) wiederentdeckt wurde. Datierung: um 1904.

Oliver Schlaudt *(Philosophie)*

Denkt die Schrift an unser statt?

Was die Schrift in kognitiver Hinsicht leistet

Unsere Auffassung von Sprache und insbesondere von Schrift ist von einem Vorurteil geprägt, welches so tief sitzt, dass wir seiner in der Regel nicht gewahr werden: dass sie nämlich bloßes Vehikel seien, um einen Gedanken ›auszudrücken‹ oder zu ›äußern‹, was so viel heißen soll wie: den Gedanken von seiner eigentlichen inneren Existenz annäherungsweise in einen äußeren und öffentlichen Ausdruck übersetzen. »Die abstrakten Worte, deren sich doch die Zunge naturgemäß bedienen muss, um irgendwelches Urteil an den Tag zu geben, zerfielen mir im Munde wie modrige Pilze«, beschwerte sich 1902 Hugo von Hofmannsthal in seinem berühmten ›Chandos-Brief‹. Seine eigenen Gedichte blickten ihn fremd an, als er sie nach zwei verstrichenen Jahren wieder las. Aus diesem Vorurteil ergibt sich sofort ein weiteres: dass nämlich die äußere Form willkürlich und konventionell ist. Was wir ›Tisch‹ nennen, könnten wir auch ›Stuhl‹ nennen und umgekehrt. Unsere Zeichen haben insbesondere keinen abbildenden Charakter wie vielleicht die Hieroglyphen. Diese Überzeugung ist nicht bloß ein allgemeines Vorurteil, sondern auch grundlegend für den Begriff des Zeichens in der modernen Linguistik.

Dass die Schrift in Wahrheit nicht nur ein passives Vehikel unseres Denkens ist, sieht man an den wissenschaftlichen Kunstschriften oder ›algebraischen‹ Zeichensystemen, welche die Menschheit im Laufe ihrer Geschichte unter enormer intellektueller Anstrengung ausgebildet hat — angefangen mit der Arithmetik in Mesopotamien bis hin zu den Kalkülen der formalen Logik und der Formelnotation der Chemie. Werfen wir einen Blick auf die Logik. Bereits Aristoteles begann zaghaft, logische Schlüsse zu formalisieren, indem er große Buchstaben für Eigen- und Gattungsnamen setzte. Im 19. Jahrhundert haben britische Mathematiker schließlich eine regelrechte Algebra der Logik geschaffen, die es erlaubt, logische Schlüsse einfach auszurechnen — wie wir es von dem Rechnen mit Zahlen gewohnt sind. Diese Entwicklung leistete aber einer anderen technischen Neuerung Vorschub: Man konstruierte logische Rechenmaschinen, an welchen man im Wortsinne nur noch ›an der Kurbel‹ drehen musste, um das Ergebnis eines logischen Schlusses zu erzeugen — eine Leistung, die doch eigentlich dem menschlichen Geist vorbehalten schien! Mit der Entdeckung im Jahr 1910, dass sich auch komplizierte Telefonanlagen und Schwachstromkreisläufe durch die Algebra der Logik beschreiben lassen, war schließlich auch die Grundlage für den ›Rechner‹ in unserem heutigen Sinne geschaffen — den Computer. Diese heute omnipräsente Maschine gleicht in ihrem gespenstigen Eigenleben dem Götzen im religiösen Ritus: Wir wissen zwar, dass wir es waren, die ihn schnitzten, doch seine Fähigkeiten und geheimen Kräfte scheinen die seiner Schöpfer zu übersteigen. Viele Science-Fiction-Werke spielen mit der Angst vor dem Computer, der sich verselbständigt und die Kontrolle übernimmt.

Aber war der empfindsame Poet von Hofmannsthal nicht klüger — oder zumindest konsequenter — als wir? Sollte uns nicht nämliches Unbehagen schon angesichts der Schrift überkommen? Nicht erst die Rechenmaschine erledigt die formale Aufgabe, sondern schon die Schrift. Wer schriftlich rechnet, kann im Resultat komplizierte Operationen mit großen Zahlen ausführen, ohne je Schlimmeres gewärtigen zu müssen, als zwei Neunen zu addieren. Angesichts der vollendeten Rechenaufgabe müssen wir uns aber fragen: Wer hat nun die Aufgabe gelöst, da wir selbst es doch nicht waren? Die Schrift! Weit davon entfernt, eine mentale Operation bloß ›auszudrücken‹, ersetzt die Schrift dieselbe. Damit sie diese Leistung vollbringen kann, muss sie freilich entsprechend eingerichtet sein. Unsere einfachen Regeln des schriftlichen Rechnens beispielsweise beruhen auf den Eigenschaften der Dezimalschreibweise. Römische Ziffern lassen sich bei weitem nicht so leicht handhaben. Dies hatte schon Alexander von Humboldt 1829 festgestellt (wobei er noch die Hypothese ergänzte, dass die Notationssysteme selbst wieder Erfahrungen mit einfachen Recheninstrumenten wie den Fingern widerspiegeln). Das zweite Vorurteil erweist sich damit schon als falsch: die algebraischen Schriftsysteme sind nicht rein konventionell, sondern praktisch. Freilich wird man zu bedenken geben, dass die Schrift hier nichts leistet, was wir nicht auch irgendwie ohne sie hinbekämen. Sie springt uns nur bei. Bestenfalls erweitert sie den Bereich dessen, was wir zu bewältigen vermögen — ein mentaler Flaschenzug, mit welchem wir größere Lasten zu heben vermögen. In Wirklichkeit macht die Schrift aber noch viel mehr. Psychologische Studien zeigen, dass wir die Regeln des Rechnens mit materiellen oder symbolischen Mitteln verinnerlichen. Wenn wir Kopfrechnen, behelfen wir uns weiterhin mit den Regeln des schriftlichen Rechnens. Die Symbolsysteme bestimmen, wie wir denken.

Und noch weiter können wir gehen: In manchen Fällen erschafft die Schrift auch erst die Gegenstände unseres Denkens. In der Dezimalschreibweise beispielsweise geben die einzelnen Ziffern an, wie viele Einer, Zehner, Hunderter oder

Tausender in einer Zahl enthalten sind. Die Zahl ›Einhundertundfünf‹ enthält einen Hunderter und fünf Einer, aber keinen Zehner. Die Zehnerstelle bleibt frei. Schreiben wir aber nun ›1   5‹, so sind die Fehler beim Rechnen und Abschreiben vorprogrammiert. Wir benötigen ein Zeichen, um anzuzeigen, dass die Zehnerstelle frei bleibt — die ›0‹. Die ›0‹ ist ursprünglich einfach ein Platzhalter, ein Zeichen ohne Zahlwert.

Der Witz ist, dass man sodann aber den Umgang mit diesem Zeichen regulieren muss. Man muss beispielsweise angeben, was bei Addition zu tun ist, wenn ein Zahlzeichen mit der ›0‹ zusammentrifft. Das heißt aber nichts anderes, als dass man beginnt, mit der ›0‹ zu rechnen. Die ›0‹ nimmt Zahlcharakter an, und zwar zuerst in der Schrift, und dann erst im Denken. Die Schrift gibt hier nicht einen Gedanken »an den Tag«, wie von Hofmannsthal dachte, sondern entlässt erst die Nachtgestalten des Denkens aus ihrem Schoß.

Literatur

Damerow, Peter / Lefèvre, Wolfgang (Hgg.) (1981), *Rechenstein, Experiment, Sprache. Historische Fallstudien zur Entstehung der exakten Wissenschaften*, Stuttgart.

Dutilh Novaes, Catarina (2012), *Formal Languages in Logic. A Philosophical and Cognitive Analysis*, Cambridge.

Hofmannsthal, Hugo von (1902), »Ein Brief«, in: *Der Tag*, Berlin, Nr. 489, 18. Oktober, und Nr. 491, 19. Oktober (= ›Chandos-Brief‹).

Humboldt, Alexander von (1829), »Über die bei verschiedenen Völkern üblichen Systeme von Zahlzeichen und über den Ursprung des Stellenwerthes in den indischen Zahlen«, in: *Journal für reine und angewandte Mathematik* 4, 205–231.

Zum Autor

Oliver Schlaudt, Privatdozent und wissenschaftlicher Mitarbeiter am Philosophischen Seminar der Universität Heidelberg, beschäftigt sich unter anderem mit der Theorie und Wissenschaftsgeschichte des Messens und mit den philosophischen Grundlagen der Wirtschaftswissenschaften.